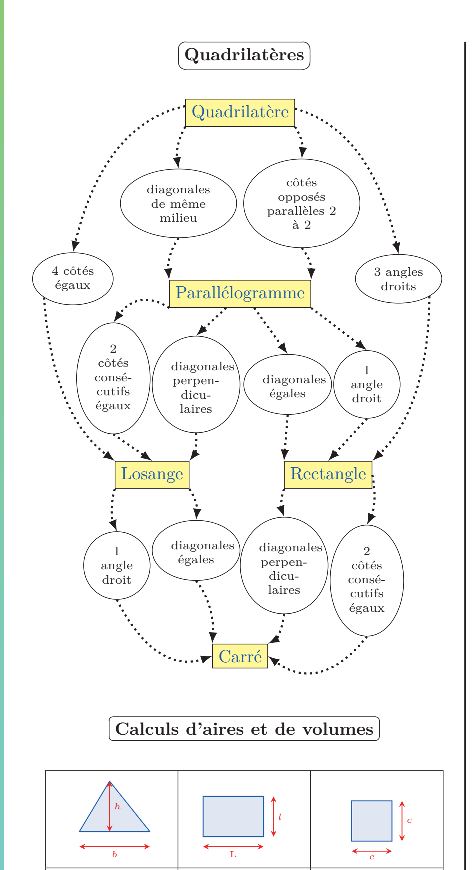
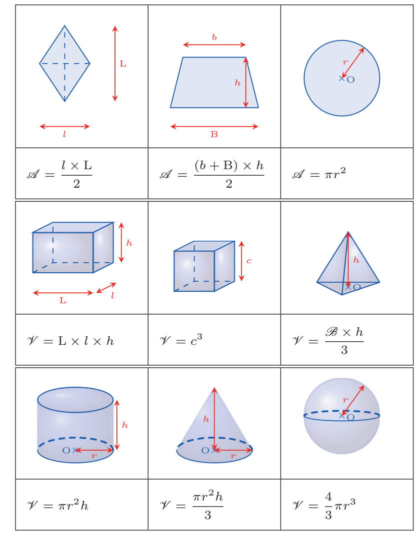
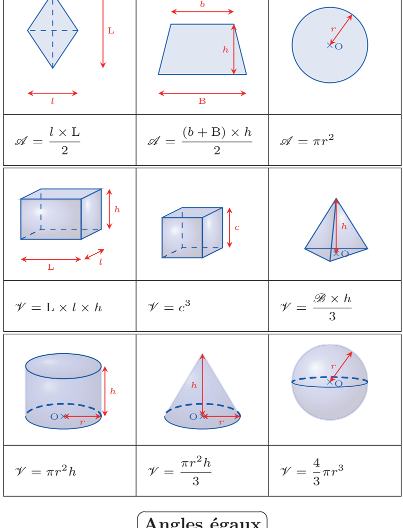
⁎ CONNAISSANCES DE BASE POUR LA SECONDE (1/2) ⁎

Quadrilatères



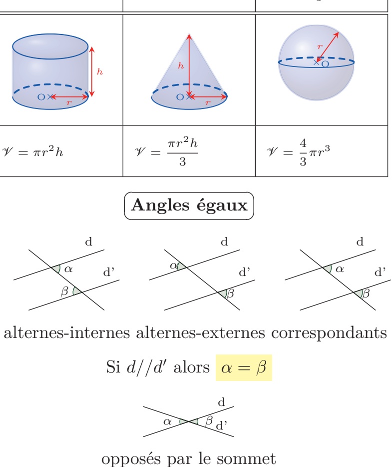
Calculs d'aires et de volumes

$\mathscr{A} = \frac{b \times h}{2}$	$\mathscr{A} = \mathrm{L} \times l$	$\mathscr{A} = c^2$

$\mathscr{A} = \frac{l \times \mathrm{L}}{2}$	$\mathscr{A} = \frac{(b+\mathrm{B}) \times h}{2}$	$\mathscr{A} = \pi r^2$
$\mathscr{V} = \mathrm{L} \times l \times h$	$\mathscr{V} = c^3$	$\mathscr{V} = \frac{\mathscr{B} \times h}{3}$
$\mathscr{V} = \pi r^2 h$	$\mathscr{V} = \frac{\pi r^2 h}{3}$	$\mathscr{V} = \frac{4}{3}\pi r^3$

Angles égaux



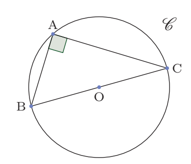
alternes-internes alternes-externes correspondants

Si $d // d'$ alors $\alpha = \beta$

opposés par le sommet

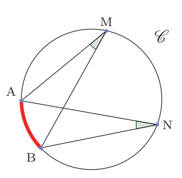
On a toujours $\alpha = \beta$

Triangle inscrit dans un cercle

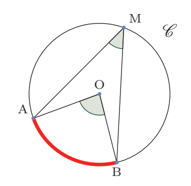


Si A appartient au cercle de diamètre [BC] (A $\neq$ B et A $\neq$ C) alors ABC est rectangle en A.

Angles inscrits



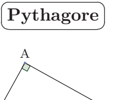
Si $\widehat{\mathrm{AMB}}$ et $\widehat{\mathrm{ANB}}$ sont deux angles inscrits dans $\mathscr{C}$ qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ alors $\widehat{\mathrm{AMB}} = \widehat{\mathrm{ANB}}$.



Si $\widehat{\mathrm{AMB}}$ est un angle inscrit dans $\mathscr{C}$ qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ et $\widehat{\mathrm{AOB}}$ l'angle au centre qui intercepte le même arc alors $\widehat{\mathrm{AOB}} = 2\widehat{\mathrm{AMB}}$.

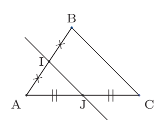
⁎ CONNAISSANCES DE BASE POUR LA SECONDE (2/2) ⁎

Pythagore



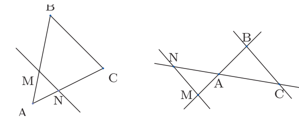
Si le triangle ABC est rectangle en A alors $\mathrm{BC}^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{AC}^2$.
Si $\mathrm{BC}^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{AC}^2$ alors le triangle ABC est rectangle en A.

Droite des milieux



Si I est le milieu de [AB] et J le milieu de [AC] alors (IJ)//(BC) et $\mathrm{IJ} = \frac{\mathrm{BC}}{2}$.

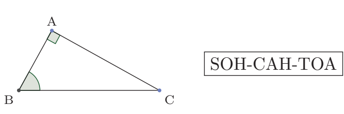
Thalès



Si A, M, B et A, N, C sont alignés et si (MN)//(BC) alors $\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{AC}} = \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{BC}}$.

Si A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre et si $\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{AC}}$ alors (MN)//(BC).

Trigonométrie



Dans ABC rectangle en A :

$\sin \widehat{\mathrm{ABC}} = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BC}}$ $\cos \widehat{\mathrm{ABC}} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$ $\tan \widehat{\mathrm{ABC}} = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}$

Agrandissement-Réduction

Si les longueurs d'une figure sont multipliées par un nombre $k > 0$ alors :

- les aires sont multipliées par k^2
- les volumes sont multipliés par k^3

Fractions, puissances et racines carrées

Quelques règles :

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$	$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$
$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
$a^n \times b^n = (ab)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Augmentation-Diminution

- Augmenter une quantité de $a\%$ c'est multiplier cette quantité par $\left(1 + \frac{a}{100}\right)$.
- Diminuer une quantité de $a\%$ c'est multiplier cette quantité par $\left(1 - \frac{a}{100}\right)$.

Identités remarquables

☞ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
☞ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
☞ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Règle du produit en croix

$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{D}} \Leftrightarrow \mathrm{A} \times \mathrm{D} = \mathrm{B} \times \mathrm{C}$

$(\mathrm{B} \neq 0 \text{ et} \mathrm{D} \neq 0)$

Règle du produit nul

$\mathrm{A} \times \mathrm{B} = 0 \Leftrightarrow \mathrm{A} = 0 \text{ ou } \mathrm{B} = 0$

Règle du quotient nul

$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}} = 0 \Leftrightarrow \mathrm{A} = 0 \text{ et } \mathrm{B} \neq 0$

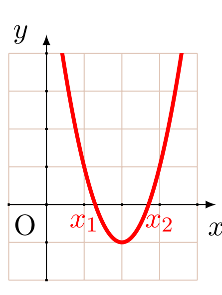
$\Delta = b^2 - 4ac$

Cas $\Delta > 0$

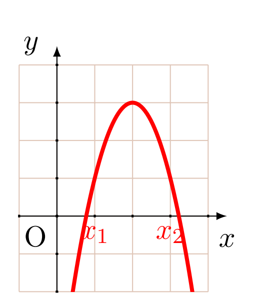
L'équation $ax^2 + bx + c = 0$
admet deux solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$a > 0$



$a < 0$



$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

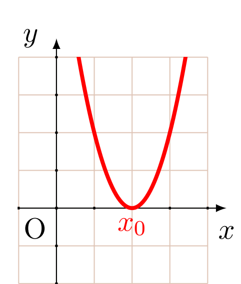
x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
Signe de $ax^2 + bx + c$		signe de (a)	0	signe de $(-a)$	0	signe de (a)	

Cas $\Delta = 0$

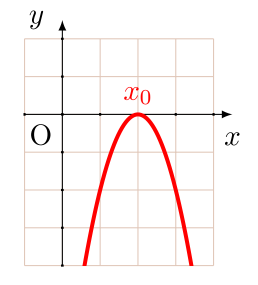
L'équation $ax^2 + bx + c = 0$
admet une seule solution :

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

$a > 0$



$a < 0$

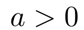


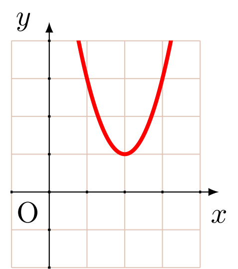
$$f(x) = a(x - x_0)^2$$

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
Signe de $ax^2 + bx + c$		signe de (a)	0	signe de (a)	

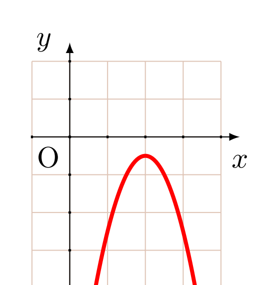
Cas $\Delta < 0$

L'équation $ax^2 + bx + c = 0$
n'admet pas de solution





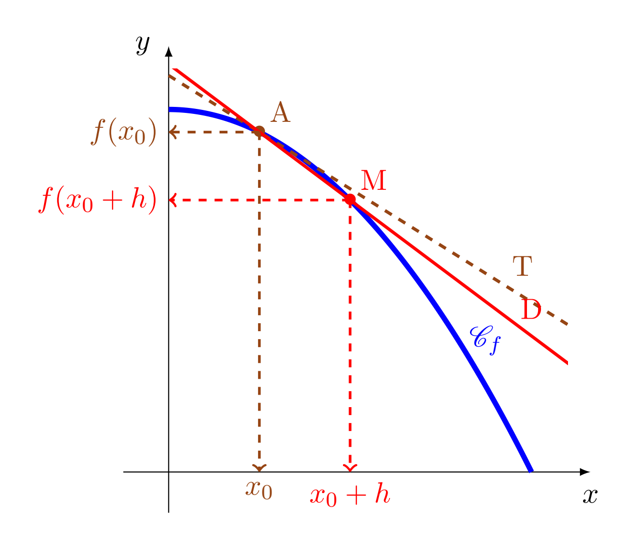
$a < 0$



$f(x)$ n'est pas factorisable

x	$-\infty$		$+\infty$
Signe de $ax^2 + bx + c$		signe de (a)	

Fonction dérivable en x_0



• Lorsque le taux d'accroissement $\tau(h)$ tend vers un nombre réel, lorsque h tend vers 0, on dit que f est **dérivable en** x_0.

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = f'(x_0)$$

$f'(x_0)$ est le **nombre dérivé** de f en x_0.

• $f'(x_0)$ est le **coefficient directeur** de la **tangente** en $\mathrm{A}\,(x_0\,;\,f(x_0))$ à $\mathscr{C}_f$.

• La tangente en $\mathrm{A}\,(x_0\,;\,f(x_0))$ à $\mathscr{C}_f$ a pour équation :

$$y = f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

Calculs de dérivées

• **Dérivées des fonctions usuelles** :

$f(x)$	$f'(x)$	Intervalle
k	0	$\mathbb{R}$
x	1	$\mathbb{R}$
x^2	$2x$	$\mathbb{R}$
$x^n \quad (n \geqslant 1)$	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$\frac{1}{x^n} \quad (n \geqslant 1)$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}^*$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]\,0\,;+\infty\,[$

• **Opérations sur les dérivées** :

Fonction	Dérivée
$u+v$	$u'+v'$
uv	$u'v+uv'$
ku	$k\,u'$
u^2	$2u\,u'$
$\frac{1}{v}$	$-\frac{v'}{v^2}$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$

Étude de fonction

• **Variation d'une fonction** :

f est dérivable sur un intervalle I :

– Si pour tout réel x de I, $f'(x) > 0$, sauf pour quelques valeurs où f' s'annule, alors f est **strictement croissante** sur I ;
– Si pour tout réel x de I, $f'(x) = 0$, alors f est **constante** sur I ;
– Si pour tout réel x de I, $f'(x) < 0$, sauf pour quelques valeurs où f' s'annule, alors f est **strictement décroissante** sur I.

• **Extremum local** :

f est dérivable sur un intervalle I et x_0 un réel de I différent des bornes :

Si f' s'annule en x_0, en changeant de signe, alors $f(x_0)$ est un extremum local de f.

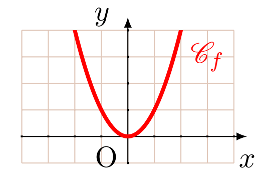
x		x_0	
signe de $f'(x)$	$-$	0	$+$
variation de f	↘	$f(x_0)$	↗

x		x_0	
signe de $f'(x)$	$+$	0	$-$
variation de f	↗	$f(x_0)$	↘

X. Hallosserie

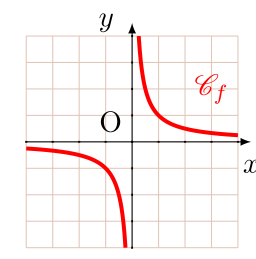
Fonctions usuelles

• **Fonction carré** :



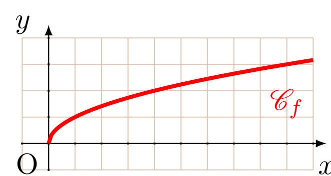
$f(x) = x^2$
$\mathrm{D}_f = \mathbb{R}$

• **Fonction inverse** :



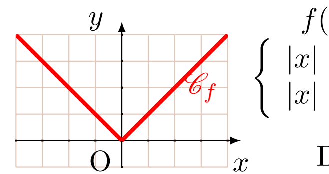
$f(x) = \dfrac{1}{x}$
$\mathrm{D}_f = \mathbb{R}^*$

• **Fonction racine carrée** :



$f(x) = \sqrt{x}$
$\mathrm{D}_f = [\,0\,;\,+\infty\,[$

• **Fonction valeur absolue** :

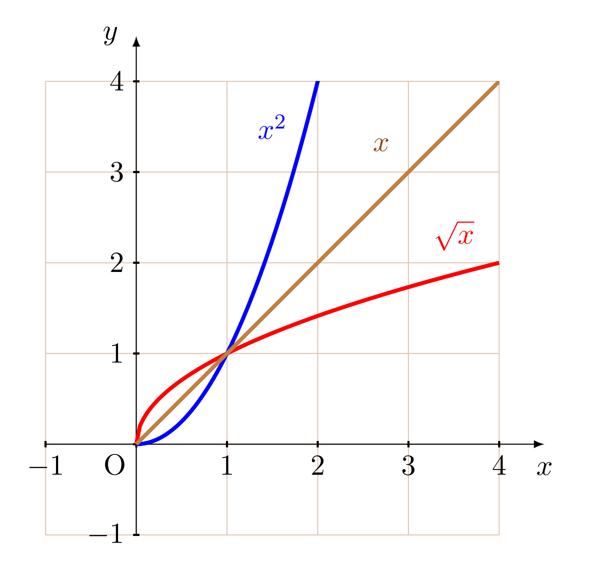


$f(x) = |x|$

$$\begin{cases} |x| = x & \text{si } x \geqslant 0 \\ |x| = -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$\mathrm{D}_f = \mathbb{R}$

Positions relatives



• Pour tout réel $x \in [\,0\,;\,1\,]$:

$$x^2 \leqslant x \leqslant \sqrt{x}$$

• Pour tout réel $x \in [\,1\,;\,+\infty\,[$:

$$\sqrt{x} \leqslant x \leqslant x^2$$

Variations

• **Variations de u et $u+k$** :

Soit u une fonction définie sur un intervalle I et k un nombre réel.

Les fonctions u et $u+k$ ont **le même sens** de variation sur l'intervalle I.

• **Variations de u et λu** :

Soit u une fonction définie sur un intervalle I et λ un nombre réel non nul.

- Si $\lambda > 0$, alors les fonctions u et λu ont le **même sens** de variation sur I.
- Si $\lambda < 0$, alors les fonctions u et λu ont des sens de variation **contraires** sur I.

• **Variations de u et $\sqrt{u}$** :

Soit u une fonction définie sur un intervalle I telle que, pour tout nombre réel x de I, $u(x) \geqslant 0$.

La fonction $x \longmapsto \sqrt{u(x)}$, notée $\sqrt{u}$, a le **même sens** de variation que u sur I.

• **Variations de u et $\dfrac{1}{u}$** :

Soit u une fonction définie sur un intervalle I telle que, pour tout nombre réel x de I, $u(x) \neq 0$ et $u(x)$ est de signe constant.

La fonction $x \longmapsto \dfrac{1}{u(x)}$, notée $\dfrac{1}{u}$, a un sens de variation **contraire** à celui de u sur I.

Coordonnées de points

• Milieu d'un segment :

Si M est le milieu de [AB] alors :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{et} \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

• Distance AB :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Coordonnées de vecteurs

• Coordonnées d'un vecteur :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

• Vecteurs colinéaires :

$\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires

$\Leftrightarrow$

$$xy' - yx' = 0$$

• Norme d'un vecteur :

Pour $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ on a :

$$|| \vec{u} || = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Équations de droites

• Équation réduite :

* Droite sécante à l'axe des ordonnées :

$$y = mx + p$$

- coefficient directeur : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
- vecteur directeur : $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$

* Droite parallèle à l'axe des ordonnées :

$$x = k$$

- pas de coefficient directeur
- vecteur directeur : $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

• Équation cartésienne :

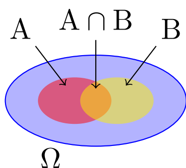
$$ax + by + c = 0$$

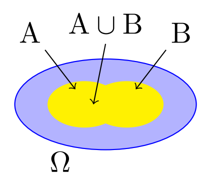
- vecteur directeur : $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$

(voir aussi fiche ⁎ produit scalaire ⁎)

Généralités

• **Intersection** et **réunion** de 2 événements :



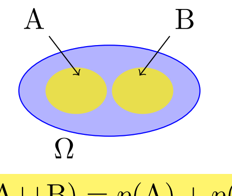


$A \cap B$: éventualités de A et B.

$A \cup B$: éventualités de A ou B.

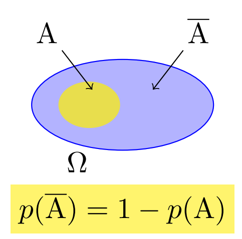
$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

• A et B sont **incompatibles** ssi $A \cap B = \emptyset$



$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

• A et $\overline{A}$ sont **contraires**



$p(\overline{A}) = 1 - p(A)$

• **Équiprobabilité**

Si l'univers Ω comprend n éventualités équiprobables, la probabilité de chacune est $\frac{1}{n}$.

Pour tout événement A on a alors :

$$p(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

rallymaths.free.fr

Loi d'une variable aléatoire

X est une **variable aléatoire** qui prend les valeurs x_i $(1 \leqslant i \leqslant k)$

valeurs	x_1	x_2	...	x_k
probabilité	p_1	p_2	...	p_k

• **Espérance mathématique** de X :

$$E(X) = \sum_{i=1}^{k} x_i p_i = x_1 p_1 + \ldots + x_k p_k$$

• **Variance** de X :

$$V(X) = \sum_{i=1}^{k} p_i (x_i - E(X))^2$$

ou

$$V(X) = \sum_{i=1}^{k} p_i x_i^2 - (E(X))^2$$

(formule de Koenig)

• **Écart type** de X :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Loi binomiale

• **Épreuve et loi de Bernoulli**

$X \sim \mathscr{B}(1\,;p)$

X = nombre de succés

$q = 1 - p$

p — S

q — $\overline{S}$

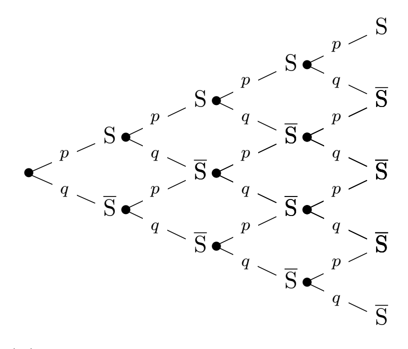
x_i	0	1
p_i	q	p

• **Schéma de Bernoulli et loi binomiale**

Répétition de n épreuves de Bernoulli **identiques** et **indépendantes** : $X \sim \mathscr{B}(n\,;p)$

X = nombre de succés

$q = 1 - p$



$\binom{n}{k}$ est le nombre de chemins comportant k succès sur n répétitions. (Exemple : $\binom{4}{2} = 6$.)

x_i	0	1	...	k	...	n
p_i	q^n	pq^{n-1}	...	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	...	p^n

$E(X) = p$ $\quad V(X) = npq$ $\quad \sigma(X) = \sqrt{npq}$

X. Hallosserie

Expressions du produit scalaire

• Avec les normes :

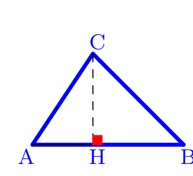
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$$

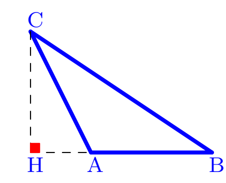
• Expression analytique :

Si $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ alors :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$$

• Avec le projeté orthogonal :





$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH}$$
$$= AB \times AH \quad \text{ou} \quad = -AB \times AH$$

• Avec le cosinus :

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs non nuls :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u};\vec{v})$$

• Carré scalaire :

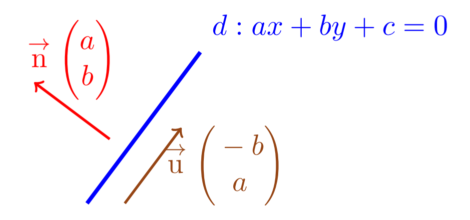
$$\vec{u} \cdot \vec{u} = \vec{u}^2 = \|\vec{u}\|^2 = x^2 + y^2$$

• Propriétés :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
- $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$
- $(\vec{u};\vec{v}) = 0\,(2\pi) \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|$
- $(\vec{u};\vec{v}) = \pi\,(2\pi) \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = -\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|$

Droites et cercles

• Vecteur normal, vecteur directeur :

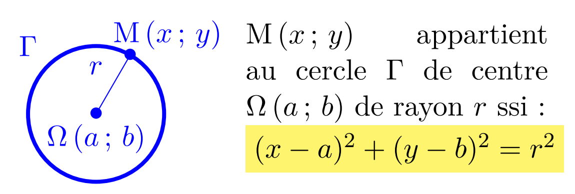


Si d a pour équation $ax + by + c = 0$ alors :

- $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ est un vecteur **normal** à d.
- $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ est un vecteur **directeur** de d.

(voir aussi fiche ⁎ géométrie analytique ⁎)

• Équation de cercle :

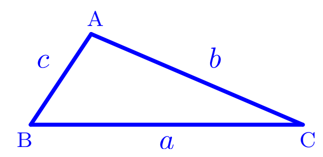


M $(x\,;\,y)$ appartient au cercle Γ de centre Ω $(a\,;\,b)$ de rayon r ssi :

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Relations métriques dans un triangle

• Formules d'Al Kashi :



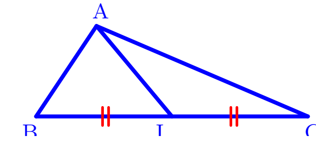
Pour tout triangle ABC :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac\cos\widehat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\widehat{C}$$

• Théorème de la médiane :



Soit un triangle ABC et I le milieu de [AB].

$$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$$

• Autres formules :

$$S = \frac{1}{2}bc\sin\widehat{A} = \frac{1}{2}ac\sin\widehat{B} = \frac{1}{2}ab\sin\widehat{C}$$

$$\frac{\sin\widehat{A}}{a} = \frac{\sin\widehat{B}}{b} = \frac{\sin\widehat{C}}{c}$$

X. Hallosserie

Autour de la moyenne

On considère une série statistique résumée par le tableau suivant :

Valeurs	x_1	x_2	...	x_p
Effectifs	n_1	n_2	...	n_p
Fréquences	f_1	f_2	...	f_p

- **Moyenne** :

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$$

ou par les fréquences :

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{p} f_i x_i$$

- **Variance** :

$$V = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2$$

ou

$$V = \sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - \bar{x}^2$$

- **Écart type** :

$$\sigma = \sqrt{V}$$

Autour de la médiane

Soit une série statistique dont les N valeurs sont rangées dans l'**ordre croissant**.

- **Médiane** :

– **Valeur centrale** si N est impair ;
– Demi somme des 2 valeurs centrales si N est pair.

- **Quartiles** :

– **Premier quartile** Q_1 : plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25% des valeurs lui soient inférieures ou égales ; *(C'est la valeur de rang* $\frac{N}{4}$ *arrondie à l'entier supérieur si nécessaire.)*
– **Troisième quartile** Q_3 : plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75% des valeurs lui soient inférieures ou égales. *(C'est la valeur de rang* $\frac{3N}{4}$ *arrondie à l'entier supérieur si nécessaire.)*

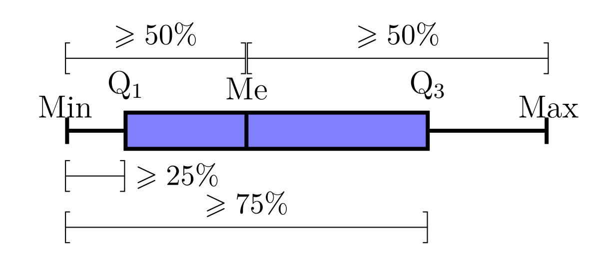
- **Étendue** :

$e = x_{\text{Max}} - x_{\text{Min}}$

- **Écart interquartiles** :

$E = Q_3 - Q_1$

- **Boîte à moustaches** :



Fluctuation d'échantillonnage

- **Intervalle de fluctuation**

Dans une population d'effectif N, p est la proportion d'individus répondant à un critère étudié.

On prélève un échantillon de taille n et on note f la fréquence des individus répondant au critère dans cet échantillon.

Si $0,2 < p < 0,8$ et $n \geqslant 25$ on observe que :

$$f \in \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$$

dans au moins 95% des cas.

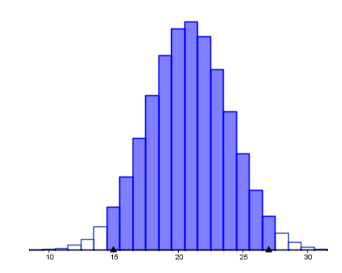
- **Avec la loi binomiale**

Soit X le nombre d'individus répondant au critère dans l'échantillon de taille n.

$$X \sim \mathscr{B}(n ; p)$$

L'intervalle de fluctuation à 95% de la fréquence f des individus répondant au critère est l'intervalle $\left[\frac{a}{n} ; \frac{b}{n}\right]$ avec :

– a plus petit entier tel que $p(X \leqslant a) > 0,025$;
– b plus petit entier tel que $p(X \leqslant b) \geqslant 0,975$;



X. Hallosserie

Suites arithmétiques

$$u_0 \xrightarrow{+r} u_1 \xrightarrow{+r} u_2 \quad \dots \quad u_n \xrightarrow{+r} u_{n+1}$$

- Relation de récurrence :

$$u_{n+1} = u_n + r$$

- Terme général :

$$u_n = u_0 + nr$$

ou

$$u_n = u_1 + (n-1)r$$

- Somme particulière :

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

- Somme jusque u_n :

$$\sum_{k=0}^{n} u_k = (n+1) \times \frac{u_0 + u_n}{2}$$

ou

$$\sum_{k=1}^{n} u_k = n \times \frac{u_1 + u_n}{2}$$

On peut simplement retenir :

$$\text{nombre de termes} \times \frac{\text{premier} + \text{dernier}}{2}$$

Suites géométriques

$$v_0 \xrightarrow{\times q} v_1 \xrightarrow{\times q} v_2 \quad \dots \quad v_n \xrightarrow{\times q} v_{n+1}$$

- Relation de récurrence :

$$v_{n+1} = q \times v_n$$

- Terme général :

$$v_n = v_0 \times q^n$$

ou

$$v_n = v_1 \times q^{n-1}$$

- Somme particulière :

Pour $q \neq 0$, $q \neq 1$:

$$q^0 + q^1 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

- Somme jusque v_n :

$$\sum_{k=0}^{n} v_k = v_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

ou

$$\sum_{k=1}^{n} v_k = v_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

On peut simplement retenir :

$$\text{premier terme} \times \frac{1 - q^{\text{nombre de termes}}}{1 - q}$$

Généralités

- Sens de variation :

3 méthodes :

– Signe de $u_{n+1} - u_n$;

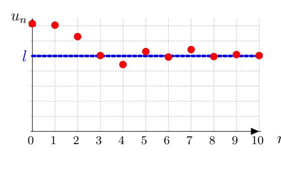
– Variations sur $[0\,;+\infty[$ de la fonction f telle que $u_n = f(n)$;

– Comparaison de $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ avec 1.

(si $u_n > 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

- Suite convergente :

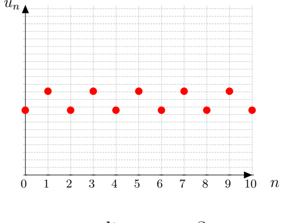
(u_n) se rapproche d'une valeur l.

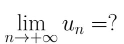


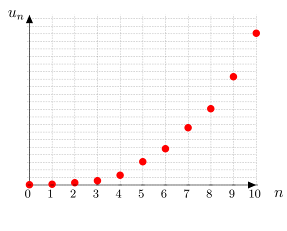
$$\lim_{n \to +\infty} u_n = l$$

- Suite divergente :

(u_n) n'a pas de limite ou tend vers l'infini.





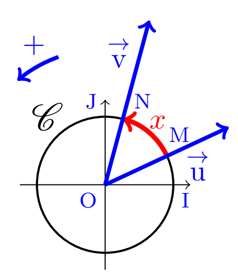


$$\lim_{n \to +\infty} u_n = +\infty$$

X. Hallosserie

Angles orientés

• Angle orienté de deux vecteurs :



Les mesures, en radian, de l'angle orienté $(\vec{u}\,;\,\vec{v})$ sont les mesures, en radian, de l'angle $\left(\overrightarrow{OM}\,;\,\overrightarrow{ON}\right)$.

• Le radian :

Le radian est la mesure de l'angle au centre qui intercepte sur le cercle $\mathscr{C}$ un arc égal au rayon. Degrés et radians sont proportionnelles.

• Mesure principale :

On appelle **mesure principale** de l'angle $(\vec{u};\vec{v})$ l'unique mesure de cet angle comprise dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$.

• Vecteurs colinéaires :

– $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de même sens, ssi $(\vec{u};\vec{v}) = 0 + k \times 2\pi$;

– $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de sens contraires, ssi $(\vec{u};\vec{v}) = \pi + k \times 2\pi$.

(avec $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$)

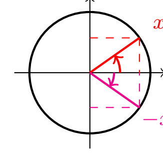
• Relation de Chasles :

Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$:
$(\vec{u};\vec{v}) + (\vec{v};\vec{w}) = (\vec{u};\vec{w}) + k \times 2\pi$.

rallymaths.free.fr

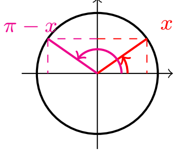
Formules de trigonométrie

• Angles associés :



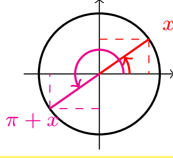
$\cos(-x) = \cos x$

$\sin(-x) = -\sin x$



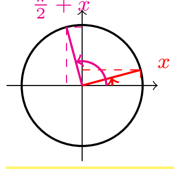
$\cos(\pi - x) = -\cos x$

$\sin(\pi - x) = \sin x$



$\cos(\pi + x) = -\cos x$

$\sin(\pi + x) = -\sin x$



$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$

$\frac{\pi}{2} + x$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$

• Formules d'addition :

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

• Formules de duplication :

$\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$

$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a$

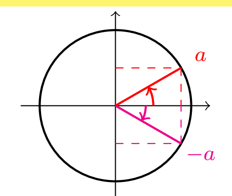
$\cos(2a) = 2\cos^2 a - 1$

$\cos(2a) = 1 - 2\sin^2 a$

Équations trigonométriques

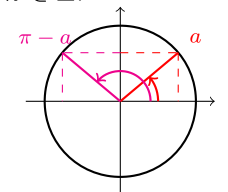
• Équation en cosinus :

L'équation $\cos x = \cos a$ a pour solutions les nombres réels $x = a + k2\pi$ et $x = -a + k2\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$.

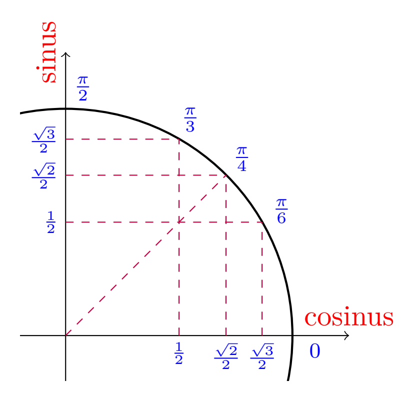


• Équation en sinus :

L'équation $\sin x = \sin a$ a pour solutions les nombres réels $x = a + k2\pi$ et $x = \pi - a + k2\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$.



• Valeurs remarquables :



X. Hallosserie